

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Эффективные алгоритмы
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математических основ управления
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: С.А. Фомин, старший преподаватель

Программа обсуждена на заседании кафедры математических основ управления 21.02.2025

Аннотация

Основная цель курса заключается в ознакомлении слушателей как с классическими результатами в разработке эффективных алгоритмов для решения вычислительно трудных задач, полученными ещё в 1960-1970-х годах, так и с новыми результатами, полученными в последние годы. Именно в рассмотрении вычислительно трудных задач и современных подходов к их решению и заключается основное отличие данного пособия от традиционных книг по разработке и анализу эффективных алгоритмов.

Курс можно разбить на три основные части соответственно уровням сложности изложения материала.

В первой части популярно излагаются примеры алгоритмов и анализируется их сложность для ряда широко известных задач.

Вторая часть посвящена методам разработки и анализа алгоритмов решения конкретных задач. Так, рассматриваются приближенные алгоритмы с гарантированными оценками точности для нескольких NP-трудных задач. В этой части к результатам, которые не освещены в отечественной литературе, можно отнести полиномиальные в среднем алгоритмы для ряда NP-трудных задач (например, для задач о рюкзаке), вероятностные приближенные алгоритмы для ряда задач и методы их дерандомизации: метод условных вероятностей и метод малых вероятностных пространств.

Третья часть посвящена теории сложности, включающей в себя классические понятия сложности вычислений, классов сложности, теорию NP-полноты. Из новых результатов, представленных в этой части, хочется отметить PCP-теорему и ее следствия для доказательства неаппроксимируемости ряда задач, а также понятия сводимостей, сохраняющих аппроксимации.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- освоение студентами фундаментальных знаний в теории построения эффективных алгоритмов для труднорешаемых задач, изучение теоретико-сложностных аспектов разработки эффективных алгоритмов и областей их практического применения.

Задачи дисциплины

- формирование фундаментальных знаний в теории и методах разработки эффективных алгоритмов и их роли в разработке современных информационных систем;
- обучение студентов современным принципам анализа и разработки эффективных алгоритмов, выявление особенностей практических задач и их использование для нахождения эффективного алгоритмического решения;
- формирование подходов к выполнению исследований студентами в области построения эффективных алгоритмов в рамках выпускных работ на степень магистра.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы, цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-2.3 Способен организовать и координировать работу участников проекта, обеспечивать работу команды необходимыми ресурсами
	УК-2.4 Представляет публично результаты проекта (или отдельных его этапов) в форме отчетов, статей, выступлений на научно-практических конференциях, семинарах и т.п.

ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области информатики и вычислительной техники	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области информатики и вычислительной техники
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области информатики и вычислительной техники и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области математики, естественных наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
	ОПК-4.4 Способен анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
ОПК-5 Способен и готов к профессиональному росту и руководству коллективом в области информатики и вычислительной техники, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
	ОПК-5.2 Владеет навыком руководства малым коллективом в сфере своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
	ОПК-5.4 Способен осуществлять эффективное управление разработкой программных средств и проектов
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- место и роль общих вопросов теории алгоритмов в научных исследованиях;
- современные проблемы теории сложности вычислений;
- теоретические модели процессов в области производства, транспорта, телекоммуникаций;
- новейшие открытия естествознания;
- постановку проблем компьютерного моделирования;
- основные методы построения эффективных алгоритмов: построения эффективных приближенных алгоритмов, построения эффективных вероятностных алгоритмов, построения алгоритмов, эффективных в среднем.

уметь:

- эффективно использовать на практике теоретические компоненты алгоритмической науки;
- представить панораму универсальных методов современной теоретической информатики;
- работать на современном компьютерном оборудовании;
- абстрагироваться от несущественных деталей при моделировании реальных процессов;
- использовать особенности практических задач для построения эффективных алгоритмов их решения.

владеть:

- основными методами построения эффективных алгоритмов;
- навыками самостоятельной работы по анализу конкретных задач и их алгоритмическому решению на современном компьютерном оборудовании;
- математическими моделями практических задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Методы построения и анализа эффективных приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности	5	4		8
2	Элементы теории сложности	5	4		8
3	Анализ сложности в среднем для алгоритмов	6	6		9
4	Вероятностные методы в построении эффективных алгоритмов	7	8		10
5	Методы дерандомизации	7	8		10
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

1. Методы построения и анализа эффективных приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности

Основные тенденции развития теории алгоритмов и анализа их сложности. Приближенные алгоритмы с гарантированными оценками точности. Анализ точности жадного алгоритма в задачах о покрытии и k -покрытии. Приближенные алгоритмы с константной мультипликативной точностью. Модифицированный жадный алгоритм для задачи о рюкзаке и его анализ. Метрическая задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы с мультипликативной точностью 2 и $3/2$. Полностью полиномиальные приближенные схемы. Задача о рюкзаке. Приближенные алгоритмы максимизации субмодулярных функций и их приложения в задачах анализа социальных сетей.

2. Элементы теории сложности

Различные модели вычислений и сложностные классы по времени и памяти. Недетерминированные вычисления и класс NP. Лас-Вегас и Монте-Карло вероятностные алгоритмы. Вероятностные сложностные классы RP, BPP, ZPP, PP.

RSP теорема и ее применение для оценок порогов неаппроксимируемости. Плохо приближаемые задачи. Несуществование PTAS для задачи MAX-SAT (максимальной выполнимости кнф).

3. Анализ сложности в среднем для алгоритмов

Полиномиальные в среднем алгоритмы. Полиномиальный в среднем алгоритм для задачи об упаковке. Полиномиальный в среднем алгоритм для задачи о рюкзаке. Полиномиальный в среднем алгоритм проверки выполнимости кнф.

4. Вероятностные методы в построении эффективных алгоритмов

Модели параллельных вычислений: EREW PRAM, CREW PRAM, CRCW PRAM. Вероятностные методы в построении эффективных параллельных алгоритмов. Вероятностный параллельный алгоритм Луби нахождения максимального по включению независимого множества в графе. Задача целочисленного программирования и ее линейные релаксации. Вероятностное округление нецелочисленного решения до целочисленного. Приближенные вероятностные алгоритмы для задачи MAX-SAT. Вероятностный 0.878-приближенный алгоритм для задачи о максимальном разрезе. Полуопределенное программирование. Вероятностный приближенный алгоритм подсчета числа решений некоторых булевых уравнений.

5. Методы дерандомизации

Метод условных вероятностей, его применение для задачи MAX-SAT. Метод малых вероятностных пространств.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. Н. Кузюрин, С. А. Фомин ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : Изд-во МФТИ, 2007 .— 312 с.

Дополнительная литература

1. Алгоритмы : построение и анализ [Текст] / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест .— М. : МЦНМО, 2001 .— 960 с.
2. Алгоритмы + структуры данных = программы [Текст], [монография]/Н. Вирт , -М., Мир, 1985

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://scitation.aip.org/>,
<http://www.sciencemag.org/>
<http://discopal.ispras.ru/>
<https://discopal.ispras.ru/Advanced-algorithms>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Различные платформы для дистанционного обучения, например, Zoom, Google Hangouts и т.д.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс «Эффективные алгоритмы», должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математических основ управления
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен	
Разработчик:	С.А. Фомин, старший преподаватель

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы, цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-2.3 Способен организовать и координировать работу участников проекта, обеспечивать работу команды необходимыми ресурсами
	УК-2.4 Представляет публично результаты проекта (или отдельных его этапов) в форме отчетов, статей, выступлений на научно-практических конференциях, семинарах и т.п.
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области информатики и вычислительной техники	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области информатики и вычислительной техники
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области информатики и вычислительной техники и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области математики, естественных наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
	ОПК-4.4 Способен анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
ОПК-5 Способен и готов к профессиональному росту и руководству коллективом в области информатики и вычислительной техники, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
	ОПК-5.2 Владеет навыком руководства малым коллективом в сфере своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
	ОПК-5.4 Способен осуществлять эффективное управление разработкой программных средств и проектов

ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационных технологий задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации моделей программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Эффективные алгоритмы» обучающийся должен:

знать:

- место и роль общих вопросов теории алгоритмов в научных исследованиях;
- современные проблемы теории сложности вычислений;
- теоретические модели процессов в области производства, транспорта, телекоммуникаций;
- новейшие открытия естествознания;
- постановку проблем компьютерного моделирования;
- основные методы построения эффективных алгоритмов: построения эффективных приближенных алгоритмов, построения эффективных вероятностных алгоритмов, построения алгоритмов, эффективных в среднем.

уметь:

- эффективно использовать на практике теоретические компоненты алгоритмической науки;
- представить панораму универсальных методов современной теоретической информатики;
- работать на современном компьютерном оборудовании;
- абстрагироваться от несущественных деталей при моделировании реальных процессов;
- использовать особенности практических задач для построения эффективных алгоритмов их решения.

владеть:

- основными методами построения эффективных алгоритмов;
- навыками самостоятельной работы по анализу конкретных задач и их алгоритмическому решению на современном компьютерном оборудовании;
- математическими моделями практических задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

- 1) Модель RAM – машины с произвольным доступом к памяти.
- 2) Меры временной сложности — с единичной стоимостью каждой операции и логарифмической.
- 3) Моделирование RAM на машине Тьюринга.
- 4) Основные сложностные классы по времени и соотношения между ними.
- 5) Основные сложностные классы по памяти и соотношения между ними.
- 6) Недетерминированные вычисления и класс NP.
- 7) Анализ точности жадного алгоритма в задачах о покрытии и k-покрытии.
- 8) Модифицированный жадный алгоритм для задачи о рюкзаке и его анализ.
- 9) Метрическая задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы с мультипликативной точностью 2 и $3/2$.
- 10) Полностью полиномиальные приближенные схемы. Задача о рюкзаке.
- 11) Лас-Вегас и Монте-Карло вероятностные алгоритмы. Вероятностные сложностные классы RP, BPP, ZPP, PP.
- 12) PCP теорема и ее применение для оценок порогов неаппроксимируемости.
- 13) Несуществование PTAS для задачи MAX-SAT (максимальной выполнимости кнф).
- 14) Полиномиальный в среднем алгоритм для задачи об упаковке.
- 15) Полиномиальный в среднем алгоритм для задачи о рюкзаке.
- 16) Полиномиальный в среднем алгоритм проверки выполнимости кнф.
- 17) Модели параллельных вычислений: EREW PRAM, CREW PRAM, CRCW PRAM.
- 18) Вероятностный параллельный алгоритм Луби нахождения максимального по включению независимого множества в графе.
- 19) Задача целочисленного программирования и ее линейные релаксации. Вероятностное округление нецелочисленного решения до целочисленного.
- 20) Приближенные вероятностные алгоритмы для задачи MAX-SAT.
- 21) Вероятностный 0.878-приближенный алгоритм для задачи о максимальном разрезе.
- 22) Полуопределенное программирование.
- 23) Вероятностный приближенный алгоритм подсчета числа решений некоторых булевых уравнений.
- 24) Методы дерандомизации вероятностных алгоритмов.
- 25) Метод условных вероятностей, его применение для задачи MAX-SAT.
- 26) Метод малых вероятностных пространств.

Билет 1:

1. Модель RAM – машины с произвольным доступом к памяти.
2. Приближенные вероятностные алгоритмы для задачи MAX-SAT.

Билет 2:

1. Вероятностный 0.878-приближенный алгоритм для задачи о максимальном разрезе.
2. Меры временной сложности — с единичной стоимостью каждой операции и логарифмической.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и, по существу, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и, по существу, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и, по существу, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также калькулятором (при необходимости). Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме. Успешная сдача заданий является необходимым условием сдачи экзамена.